MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL
SESSION 2013

Série : A
Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Durée : 02 heures 15 minutes
Coefficients : A1 = 1 ; A2 = 3

NB : - Les deux (02) exercices et le problème sont obligatoires.
- Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.

Exercice 1 : (5 pts)

1- On considère la suite numérique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \dfrac{3}{4}U_n - 1 \ ; \ n\in\mathbb{N} \end{cases}$

Calculer U_1 et U_2. **(1 pt)**

2- Etant donnée la suite géométrique $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ à termes positifs, de premier terme V_0, de raison $q=\dfrac{3}{4}$ et tel que $V_3 = \dfrac{27}{8}$.

a- Justifier que $V_0 = 8$. **(1 pt)**

b- Exprimer V_n en fonction de n. **(1 pt)**

c- Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}(V_n+3)$. **(0,5 pt)**

3- Soit $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de terme général $W_n = \ln\left(8\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^n\right)$ et de premier terme $W_0 = \ln 8$.

Déterminer, en fonction de $\ln 2$ et de $\ln 3$, la somme : $S = W_0 + W_1 + ... + W_5$. **(1,5 pt)**

Exercice 2 : (5 pts)

Une urne contient 11 boules indiscernables au toucher numérotées de 1 à 11 et de couleur uniforme rouge ou blanche. On sait qu'il y a :

- 3 boules rouges portant chacune un numéro pair.
- 7 boules blanches dont 5 portent chacune un numéro impair.

1- Après avoir reproduit le tableau ci-dessous, complétez-le : **(1 pt)**

Boules	PORTANT NUMERO PAIR	PORTANT NUMERO IMPAIR	TOTAL
Rouges	3		
Blanches		5	7
TOTAL			11

2- Un enfant tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne.
Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Obtenir deux boules portant chacune un numéro impair ». **(1 pt)**

B : « Obtenir deux boules rouges et portant chacune un numéro pair ». **(1 pt)**

/...

3- Le contenu de l'urne reste inchangé. L'enfant tire successivement et sans remise trois boules de l'urne.
Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
C : « Avoir **exactement et successivement** deux boules rouges». **(1 pt)**
D :« Avoir deux boules blanches portant chacune un numéro impair **et deux seulement** ». **(1 pt)**

NB : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

PROBLEME (10 pts) **A₁ ; A₂**

Soit f la fonction numérique définie sur $[0;+\infty[$ par :

$f(x)=\dfrac{4\,e^x}{e^x+1}$. On note par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité graphique $1\,cm$.

1) a) Vérifier que, pour tout $x\geq 0$, $f(x)=4\left(1-\dfrac{1}{e^x+1}\right)$. **(1 pt) ; (0,5 pt)**

b) En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. **(0,75 pt) ; (0,5 pt)**

c) Interpréter graphiquement ce résultat. **(0,5 pt) ; (0,25 pt)**

2) a) Prouver que, pour tout $x\geq 0$, $f'(x)=\dfrac{4\,e^x}{(e^x+1)^2}$ où f' désigne la fonction dérivée première de f. **(1 pt) ; (1 pt)**

b) Après avoir étudié le sens de variation de f, dresser son tableau de variation. **(1,5 pt) ; (1 pt)**

3) a) Calculer à 10^{-2} près : $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$. **(0,75 pt); (0,75 pt)**

b) Ecrire l'équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d' abscisse $x_0=0$. **(1 pt) ; (1 pt)**

4) Tracer (T) et $(\mathscr{C})$, avec son asymptote, dans un même repère. **(1,5 pt) ; (1,5 pt)**

5) Soit F la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $F(x)=4\ln\left(e^x+1\right)$.

a) On rappelle que $(\ln U)'=\dfrac{U'}{U}$. Démontrer que F est une primitive de f. **(1 pt) ; (0,5 pt)**

b) En déduire, en cm^2 et à 10^{-2} près, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine plan délimité par : la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x=0$ et $x=2$. **(1 pt) ; (1 pt)**

On donne : $e\simeq 2,7$; $e^2\simeq 7,38$; $\ln(e^2+1)\simeq 2,12$; $\ln 2\simeq 0,7$

POUR A₂ SEULEMENT

6) Soit G la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x)=\dfrac{4\,e^x}{e^x+1}$. On note par (Γ) sa courbe représentative.

a) Démontrer que, pour tout réel x, $G(-x)+G(x)=4$. Que signifie ce résultat pour la courbe (Γ) ? **(1 pt)**

b) Tracer, à partir de la courbe $(\mathscr{C})$, la courbe (Γ) dans le même repère. **(1 pt)**