MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
PUBLIC et PRIVE
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2016

****

A

Série : A

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Durée : 02 heures 15 minutes
Coefficients : A1 = 1 ; A2 = 3

* * * * * * * * * * *

<u>NB</u> : Les deux exercices et le problème sont obligatoires.
Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.

Exercice 1 (05 points)

Soit $(U_n)_{n\in IN}$ une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 1$ et de raison $r = -2$.

1) Exprimer U_n en fonction de n. **(0,75 pt)**

2-a) Déterminer l'entier naturel n tel que $U_n = -99$ **(0,75 pt)**

b) Soit $S = U_0 + U_1 + \dots\dots\dots + U_{50}$. Prouver que $S = -2499$ **(0,75 pt)**

3) Soit $(V_n)_{n\in IN}$ la suite définie par : pour tout $n \in I\!N, V_n = e^{-U_n}$.

a- Démontrer que $(V_n)_{n\in IN}$ est une suite géométrique de raison $q = e^2$. **(0,75 pt)**

b- Exprimer U_n en fonction de V_n. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ **(2 pts)**

Exercice 2 (05 points)

Une boîte contient 10 crayons indiscernables au toucher dont
3 rouges numérotés : 1 ; 2 ; 3
3 blancs numérotés : 1 ; 1 ; 2
4 verts numérotés : 1 ; 2 ; 4 ; 4.

Chaque crayon a la même probabilité d'être tiré.

1) Un enfant prend, au hasard et d'un seul coup, 3 crayons de la boîte.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir 3 crayons de couleurs différentes » **(1 pt)**
B : « Obtenir exactement 2 crayons blancs » **(1 pt)**

2) Un autre enfant prend au hasard, un à un avec remise, 3 crayons de la boîte.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

C : « Obtenir, dans l'ordre, un crayon rouge et deux crayons verts » **(1 pt)**
D : « Obtenir 3 crayons dont la somme des numéros est égale à 5 » **(1 pt)**
E : « Obtenir 3 crayons dont le produit des numéros est égal à 8 ». **(1 pt)**

<u>NB</u> : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

Problème **(10points)**

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle x définie par : $f(x) = x - \ln x$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ d'unité 1 cm. (**A**$_1$; **A**$_2$)

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. **(0,5 pt ; 0,25 pt)**

2-a) Vérifier que pour tout $x > 0$; $f(x) = x\left(1 - \dfrac{\ln x}{x}\right)$.. **(0,5 pt ; 0,25 pt)**

b) On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. **(0,5 pt ; 0,5 pt)**

c) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$. Qu'en déduit-on pour la courbe (C) ? **(1 pt ; 0,5 pt)**

3-a) Démontrer que pour tout $x > 0, f'(x) = \dfrac{x-1}{x}$, **(1 pt ; 0,5 pt)**

(f' est la fonction dérivée première de f).

b Etudier le sens de variations de f sur $]0;+\infty[$ puis dresser son tableau de variations. **(2,5 pts ; 2 pts)**

4) Reproduire puis compléter le tableau suivant : **(2 pts ; 2 pts)**

x	2	e	4	6
$f(x)$				

On donnera les résultats à 10^{-2} près.

5) Tracer la courbe (C). **(2 pts ; 2 pts)**

Pour A$_2$ seulement

6) Soit F la fonction définie par : pour tout $x > 0$.

$$\mathrm{F}(x) = \frac{x^2}{2} - x\ln x + x.$$

a- Démontrer que F est une primitive de f sur $]0;+\infty[$ **(0 pt ; 1 pt)**

b- Calculer, en cm^2 et à 10^{-2} près, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe $(x'Ox)$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **(0 pt ; 1 pt)**

(On donne $\ln 2 \simeq 0{,}69$ $\ln 3 \simeq 1{,}09$ et $e \simeq 2{,}71$).

oooooooooooooooooooo