

Série D - session 2009 : exercice 2 - corrigé

1 - Calcul de p_1, p_2, p_3 .

Répartition : 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3

Epreuve : un lancer de D_1 .

On a $p_1 = \frac{1}{6} ; p_2 = \frac{1}{3} ; p_3 = \frac{1}{2}$

2- Epreuve : lancer de D_1 et de D_2 .

a) probabilité de $A = \text{"les 2 dés affichent le même numéro"}$

On a $p(A) = p[(1,1) \text{ ou } (2,2) \text{ ou } (3,3)] = p_1 \cdot \frac{1}{6} + p_2 \cdot \frac{1}{6} + p_3 \cdot \frac{1}{6}$

D'où $p(A) = \frac{1}{6}$

b) loi de probabilité de la v.a. $X = \text{"somme des numéros affichés"}$

$D_1 \backslash D_2$	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9

L'univers image de X est $X(\Omega) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

La loi de probabilité est :

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_i = p(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$

- **Espérance mathématique $E(X)$**

Par définition $E(X) = \sum_i p_i x_i$

On a $E(X) = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{3}{36} + 4 \cdot \frac{6}{36} + 5 \cdot \frac{6}{36} + 6 \cdot \frac{6}{36} + 7 \cdot \frac{6}{36} + 8 \cdot \frac{5}{36} + 9 \cdot \frac{3}{36} = 5,83$

3- Epreuve : On lance 3 fois de suite le dé D_1 .

On note Y la v.a. égale au nombre d'apparitions du numéro 2

On a un schéma de Bernoulli

L'univers image de Y est $Y(\Omega) = \{ 0, 1, 2, 3 \}$

La probabilité pour que Y prend une valeur k ($k \in Y(\Omega)$) suit une loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = p_2 = \frac{1}{3}$.

On a $p(Y = k) = C_3^k \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{3-k}$ avec $k = 0, 1, 2, 3$.

Variance de Y : $V(Y) = n \cdot p \cdot (1 - p)$

On a $V(Y) = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$