

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
Service d'Appui au Baccalauréat

D

Série : D

Code matière : 009

Epreuve de : MATHÉMATIQUES

Durée : 03 heures 15 minutes

Coefficient : 4

NB : - Les deux exercices et le problème sont obligatoires.
- Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.
- Papiers millimétrés autorisés.

Exercice 1 : (5 pts) Les Parties A et B sont indépendantes

A- On dispose d'un dé cubique à 6 faces numérotées de 1 à 6, parfaitement équilibré et de deux urnes U_1 et U_2 contenant des boules indiscernables au toucher de telle sorte que :

U_1 contient 8 boules blanches et 2 boules noires.

U_2 contient 3 boules noires et 7 boules rouges.

- 1) L'épreuve consiste à lancer une fois le dé puis à tirer une boule de U_1 ou de U_2 .
Si le numéro 6 apparaît sur la face supérieure du dé, on tire une boule dans U_1 .
Sinon, on tire une boule dans U_2 .

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Le chiffre 6 apparaît et on obtient une boule blanche ».

(0,25 pt)

B : « Obtenir une boule noire ».

(0,5 pt)

- 2) On tire au hasard et simultanément deux boules de U_2 et une boule de U_1 .
On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de boule(s) noire(s) obtenue(s).

a) Déterminer l'univers image de X .

(0,25 pt)

b) Établir la loi de probabilité de X .

(2 pts)

B- Étant donnée une série statistique à deux variables (X, Y) dont la droite de régression de Y en X est : $y = 0,12x + 7,88$.

Sachant que la moyenne $\bar{X} = 51$ et le coefficient de corrélation $r = 0,93$.

a) Déterminer la moyenne arithmétique \bar{Y} .

(0,75 pt)

b) Peut-on avoir un ajustement linéaire par moindres carrés ? Expliquer.
Déterminer une équation de la droite de régression X en Y .

(0,5 pt + 0,75 pt)

On donnera le résultat à 10^{-2} près.

Exercice 2 : (5 pts)

Soit $P(z) = z^3 - (3 + 3\sqrt{3}i)z^2 - (6 - 6\sqrt{3}i)z + 8 + 24\sqrt{3}i$ où $z \in \mathbb{C}$.

1) a/ Démontrer que l'équation $P(z) = 0$ admet deux solutions réelles que l'on précisera.

(0,75 pt)

b/ En déduire la résolution de l'équation $P(z) = 0$.

(0,75 pt)

Dans tout ce qui suit, on considère dans le plan complexe \mathcal{P} muni d'un repère orthonormé direct (o, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 1cm, les points A, B et C d'affixes respectives

$z_A = -2; z_B = 4$ et $z_C = 1 + 3\sqrt{3}i$.

2) a/ Placer les points A, B et C .

(0,5 pt)

b/ Donner la forme algébrique du nombre complexe $Z = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ puis en déduire la nature

du triangle ABC .

(1 pt)

3) Soit D le point tel que $ABDC$ soit un parallélogramme. On note par S la similitude plane directe de centre A et qui transforme B en D .

a) Déterminer l'affixe de D et placer ce point.

(0,5 pt)

b) Déterminer l'expression complexe de S et préciser ses éléments caractéristiques.

(1,5 pt)

l...

Problème : (10 points)

On considère la fonction f , à variable réelle x , définie par

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)e^x & \text{si } x \geq 0 \\ e^{3x} - 3x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

On désigne par (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'origine O et d'unité graphique 2cm .

- 1- Etudier la continuité de f en $x_0 = 0$. (0,75 pt)
 - 2- Démontrer que $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 2$.
(On donnera une interprétation graphique de ces résultats). (1,25pt + 0,75pt)
 - 3- a/ Etudier la branche infinie de (\mathcal{C}) au voisinage de $+\infty$. (0,75 pt)
b/ Prouver que la droite (D) d'équation $y = -3x$ est une asymptote oblique pour la courbe (\mathcal{C}) au voisinage de $-\infty$. (0,75 pt)
 - 4- a/ Après avoir étudié le sens de variation de f , dresser son tableau de variation. (1,5 pt)
b/ Démontrer que, pour tout x réel négatif, $e^{3x} - 3x - 1 > 0$. (0,5 pt)
 - 5- Tracer dans le même repère, en précisant les deux demi-tangentes, la droite (D) et la courbe (\mathcal{C}) . (1,25 pt)
 - 6- On appelle g la restriction de la fonction f à $] -\infty; 0[$.
a/ Démontrer que l'équation $g(x) = 2$ admet une solution unique α . (1 pt)
b/ On désigne par g^{-1} la fonction réciproque de g . Calculer, en fonction de α , $(g^{-1})'(2)$. (0,5 pt)
c/ Construire, dans le même repère que (\mathcal{C}) , la courbe (\mathcal{C}') représentant g^{-1} . (0,5 pt)
d/ Calculer, en fonction de α et en cm^2 , l'aire \mathcal{A}_α du domaine plan délimité par :
la courbe (\mathcal{C}) , la droite (D) , les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 0$. (0,75 pt)
-