MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR PUBLIC et PRIVE
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2015

D

Série : D

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES

Durée : 03 heures 15 minutes

Coefficients : 4

✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲✲

NB : - Les deux (02) exercices et le problème sont obligatoires.
- L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée.

Exercice 1 (5 points)

Soit f une transformation définie dans un plan complexe (P) par : $f: P \longrightarrow P$
$M(z) \longrightarrow M'(z')$ telle que

$$f(z) = z' = \frac{iz - 5 + i}{z - 4}$$

1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f noté $\mathfrak{D}f$. (0,25pt)

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z) = z$. (0,75pt)

2) On considère dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 1 cm les points A, B, C et M d'affixes respectives $-2+i$; $1-i$; $3+2i$ et $z = x + iy$ où $x, y \in \mathbb{R}$.

a) Déterminer et construire l'ensemble (D) des points $M(z)$ pour que $f(z)$ soit réel. (1pt)

b) On pose $Z = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. Donner la forme trigonométrique de Z et en déduire la nature du triangle ABC. (0,5pt+0,5pt)

3) Calculer l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un carré. (0,5pt)

4) Soit S la similitude plane directe de rapport $\sqrt{2}$, d'angle $\frac{\pi}{4}$ et S(B) = C, dont son écriture complexe est de la forme S : $z' = az + b$ où $a \in \mathbb{C}^*$ et $b \in \mathbb{C}$.

a) Donner la forme algébrique du nombre complexe a. (0,5pt)

b) En déduire la valeur du nombre complexe b. (0,5pt)

c) Préciser le centre de S. (0,5pt)

Exercice 2 (5 points)

I. Sur 12 jetons indiscernables au toucher, placés dans une urne, sont écrites les lettres A ; A ; A ; A ; B ; B ; B ; D ; D ; E ; E ; E.

1) On tire successivement, avec remise, trois jetons de l'urne. Calculer les probabilités des évènements suivants :

G : « Obtenir au moins une lettre B ». (0,5pt)

H : « Obtenir exactement une voyelle ». (0,5pt)

2) On tire simultanément quatre jetons de l'urne. On désigne par X la variable aléatoire associée au nombre de consonnes obtenues.

a) Déterminer l'univers image de X. (0,25pt)

b) Donner la loi de probabilité de X. (0,75pt)

c) Définir et représenter graphiquement la fonction de répartition de X. (0,25pt +0,25pt)

NB : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

/...

II. Les chiffres d'affaires d'une entreprise de l'année 2008 à 2012 sont représentés dans le tableau suivant : x_i désigne le rang de l'année et y_i le chiffre d'affaire en million d'ariary.

Année	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Chiffre d'affaire en million d'ariary y_i	504	580	644	y_3	735

L'équation de la droite de régression (D) de y en x est : $y = 57,3x + 516,2$.

1) Calculer les coordonnées du point moyen G (0,75pt)

2) En déduire la valeur de y_3. (0,75pt)

3) En quelle année, l'entreprise pourra-t-elle atteindre le chiffre d'affaire de un milliard quatre cent trente trois millions d'Ariary ? (1pt)

PROBLEME (10 points)

Soit f la fonction numérique définie sur]-1 ; +∞[par : $f(x) = \ln(x+1) + e^{-x}$.

On note par ($\mathscr{C}$) la courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

1) Soit g la fonction numérique définie sur $I\!R$ par : $g(x) = x + 1 - e^{x}$

a) Etudier les variations de g (on ne demande pas de calculer les limites en $-\infty$ et $+\infty$). (0,75pt)

b) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. (0,5pt)

2) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat. (0,25pt +0,25pt)

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (0,25pt)

c) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}f$:

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{\ln(x+1)}{x+1} \times \frac{x+1}{x} + \frac{1}{xe^{x}}.$$ (0,25pt)

d) En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Que peut-on conclure pour la courbe ($\mathscr{C}$) ? (0,25pt +0,25pt)

3) a) Exprimer $f'(x)$ en fonction de $g(x)$ pour tout $x \in \mathcal{D}f$ où f' est la fonction dérivée de f. (1pt)

b) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathcal{D}f$. (0,75pt)

4) a) Montrer que ($\mathscr{C}$) coupe l'axe des abscisses en un point unique d'abscisse $\alpha \in]-1 ; 0[$. (0,5pt)

b) Donner une équation de la tangente (T) à ($\mathscr{C}$) au point d'abscisse $x_0 = 0$. (0,25pt)

5) Construire ($\mathscr{C}$) et (T) dans le même repère. (1pt + 0.5pt)

6) a) Déterminer les réels a et b tels que :

$$\frac{x}{x+1} = a + \frac{b}{x+1}.$$ (0,5pt)

b) A l'aide d'une intégration par parties, calculer une primitive de la fonction $k : x \longmapsto \ln(x+1)$ sur $\mathcal{D}f$. (0,75pt)

c) Calculer en cm², l'aire géométrique du domaine plan limité par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$, $x = 1$. (0,5pt)

7) a) Montrer que f réalise une bijection de $\mathcal{D}f$ sur l'intervalle J que l'on déterminera. (0,5pt)

b) Construire la courbe ($\mathscr{C}'$) qui est la représentation graphique de f^{-1} de f dans le même repère que ($\mathscr{C}$). (1pt)

o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o