MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR PUBLIC et PRIVE
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2017

D

Série : D

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Durée : 03 heures 15 minutes
Coefficients : 4

NB: - **Les deux (02) exercices et le problème sont obligatoires.**
- **L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée.**

EXERCICE 1: (5points)

1- a) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E_1): z^2 - 2z + 2 = 0$ (0,5pt)

b) Préciser le module et un argument de chacune des solutions de (E_1) (0,5pt)

c) En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation (0,75pt)

$(E_2): (-iz+3i+3)^2 - 2(-iz+3i+3) + 2 = 0$ (on pourra poser $Z = -iz + 3i + 3$)

2- Le plan complexe ($\mathscr{P}$) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 1cm.

On donne les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1 + i$, $z_B = 1 - i$ et $z_C = 2 - 2i$

a) Placer les points A, B et C. (0,25pt)

b) Donner la forme trigonométrique de $U = \dfrac{z_E - z_C}{z_E - z_A}$ avec E d'affixe $z_E = 3$ (0,25pt+0,25pt)

c) En déduire la nature du triangle AEC (0,5pt)

3- On considère la transformation R du plan ($\mathscr{P}$) dans ($\mathscr{P}$) qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ tel que :

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = x - 4 \end{cases}$$

a) Donner l'expression complexe de R (0,5pt)

b) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de R (0,25pt+0,5pt)

c) Soit (Γ) le cercle de centre E et de rayon $\sqrt{5}$.
Déterminer et construire l'image (Γ') de (Γ) par R dans le repère précédent. (0,5pt+0,25pt)

EXERCICE 2 : (5points)

A- On dispose deux urnes dont l'une U_1 contient 8 boules numérotées : 0 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 4 ; 5 et l'autre U_2 contient 5 boules numérotées : 0 ; 0 ; 1 ; 2 ; 2
Les boules sont indiscernables au toucher.

1- On tire au hasard et successivement sans remise 3 boules de l'urne U_1.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
E_1 : ≪ Les numéros des 3 boules tirées sont pairs ≫. (0,75pt)
E_2 : ≪ Avoir 3 boules dont la somme des numéros tirés est égale à 6 ≫. (0,75pt)

2- On tire au hasard et simultanément 2 boules de U_2 et 1 boule de U_1.
On suppose que les événements élémentaires sont équiprobables.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules portant le numéro 2.
a) Donner la loi de probabilité de X (1pt)
b) Calculer l'espérance mathématique E (X) de X (0,5pt)

B- Lors d'une épreuve facultative d'EPS, on donne pour 4 élèves les points bonus x_i obtenus en épreuve de "course de fond" et y_i obtenus en épreuve de "saut" :

x_i	1	2	5	7
y_i	2	2	4	5

1- Calculer le coefficient de corrélation linéaire. Interpréter le résultat. (0,5pt+0,25pt)
2- Déterminer, par la méthode des moindres carrés l'équation de la droite de régression de y en x. (0,75pt)
3- Estimer le bonus en épreuve de saut pour un élève ayant 9 points de bonus en course de fond. (0,5pt)

PROBLEME : (10points)

On considère la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = 1 - e^x & si\ x \leq 0 \\ f(x) = x(-1+\ln x) & si\ x > 0 \end{cases}$

On note par ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1cm.

1- Etudier la continuité de f en $x_0 = 0$ (0,25ptx2)
2- a) Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^-} \left[\frac{f(x)-f(0)}{x}\right] = -1$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} \left[\frac{f(x)-f(0)}{x}\right] = -\infty$ (0,5ptx2)
b) Interpréter graphiquement ces résultats (0,25pt)
c) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$ (0,5pt)
3- a) Pour $x > 0$, calculer $f'(x)$ et étudier son signe. (0,75pt)
b) Pour $x \leq 0$, calculer $f'(x)$ et étudier son signe. (0,75pt)
c) Dresser le tableau de variation de f (1pt)
4- Donner l'équation de la tangente (T) à ($\mathscr{C}$) au point d'abscisse $x_0 = e$ (0,5pt)
5- a) Calculer $f(e^2)$ (0,25pt)
b) Etudier les branches infinies de ($\mathscr{C}$) (0,5pt)
6- Tracer la tangente (T) et la courbe ($\mathscr{C}$) en précisant les demi-tangentes au point O (1,5pt)
7- Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I = [e\ ; +\infty[$.
a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur l'intervalle J que l'on précisera. (0,5pt)
b) Dresser le tableau de variation de g^{-1} (0,25pt)
c) Tracer la courbe ($\mathscr{C}'$) de g^{-1} dans le même repère que ($\mathscr{C}$) (0,5pt)
d) Calculer $(g^{-1})'(e^2)$ (0,5pt)
8- En utilisant une intégration par parties, calculer, en cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limité par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = e$ et $x = e^2$ (0,75pt)

On donne $e \simeq 2{,}7$ et $e^2 \simeq 7{,}4$

****