Gravitation et centre d'inertie

I- GRAVITATION

1. Le mouvement de la lune observé sur la TERRE

Pour un observateur terrestre, chaque jour, la Lune se lève vers l'est et se couche vers l'ouest. Sa trajectoire dans le ciel n'est pas la même d'un jour sur l'autre: dans le référentiel terrestre la trajectoire de la Lune est complexe.

Le référentiel terrestre n'est pas adapté pour l'étude du mouvement de la Lune

2. Choix du référentiel géocentrique

Pour simplifier l'étude du mouvement de la Lune, on utilise le ***référentiel géocentrique***.

Le référentiel géocentrique est un solide constitué par le centre de la Terre et des étoiles lointaines dont les positions n'ont pas varié depuis des siècles sur la voûte céleste.

3. Quelle est la cause du mouvement de la Lune?

On admet que le principe de l'inertie s'applique dans le référentiel géocentrique.

Si la Lune n'était pas soumise à aucune force, conformément au principe de l'inertie, elle serait animée d'un mouvement uniforme dans le référentiel géocentrique: elle s'éloignerait de la Terre.

Restant au voisinage de la Terre, la Lune est soumise à une force exercée par la Terre.

4. L'interaction gravitationnelle

Comment la Terre attire –t-elle la Lune ?

Loi de gravitation énoncée par NEWTON:

Deux corps ponctuels, de masse m et m', séparés par une distance d, exercent l'un sur l'autre des forces attractives, de même intensité:

$$\boxed{F = G.\frac{m.m'}{d^2}}$$

G est appelée constante de gravitation universelle.

G = $6.67.10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ avec:

F en Newton; *m et m' en kilogramme; d* en mètre.

Ce résultat se généralise à des corps à répartition sphérique de masse, c'est-à-dire dont la masse est répartie régulièrement autour de leur centre. C'est le cas de la Terre, de la Lune, des planètes ,des étoiles .

Ainsi, la Terre attire la Lune et la Lune attire la Terre. Ces forces attractives agissent selon la ligne des centres et ont même intensité:

$$\boxed{F=F'=G.\frac{m_T.m_L}{d^2}}$$

m_T:masse de la Terre

m_L:masse de la Lune

d:distance entre les centres de la Terre et de la Lune

C'est la gravitation qui régit le mouvement des planètes autour du Soleil.

Les forces attractives $\vec{F}$ ***et*** $\vec{F}'$ sont appelées forces d'interaction gravitationnelle.

5. Exercices d'application

5.1 Mouvement de la Lune:

1) Dans quel référentiel le centre de la Lune a-t-il une trajectoire circulaire?
2) Préciser la trajectoire et les caractéristiques du mouvement.
3) Pourquoi peut-on en déduire que la Terre exerce une force sur la Lune?
4) Comment appelle-t-on cette force?

5.2 Interaction Terre-Lune:

1) Quelle est l'expression de la force exercée par la Terre sur la Lune?
2) La valeur de cette force est-elle égale à la valeur de la force exercée par la Lune sur la Terre?
3) Schématiser la situation en représentant ces deux forces à la même échelle.
4) Pourquoi la Lune ne tombe –t-elle pas sur la Terre?

5.3 Déterminer les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la Terre sur la Lune.

Données:

M_T= 5,98. 10^{24} kg; M_L =7,34.10^{22}kg; G = 6,67 .$10^{-11}$$m^3kg^{-1}.s^{-2}$; d= 384.10^3 km

Correction de la question 5.3

La force de gravitation exercée par la Terre sur la Lune peut être représentée par un vecteur force :

- appliqué au centre de la Lune;
- dirigé vers le centre de la Terre;
- d' intensité: $F=F'=G.\frac{m_T.m_L}{d^2}$

Avec les données de l'énoncé, et d est exprimée en mètre:

$$F=6{,}67.10^{-11}.\frac{5{,}98.10^{24}.7{,}34.10^{22}}{(3{,}84.10^8)^2}=1{,}99.10^{20}\,N$$

5.4 - Les centres de deux boules de billard, de masse m=205g, sont placés à une distance d=10cm l'un de l'autre.

Comparer la valeur F des forces de gravitation s'exerçant entre les deux boules, au poids P d'une boule. Conclure.

Données: $m_T= 5{,}98.10^{24}$kg; $R_T= 6{,}38\ .10^6$km .

Correction de 5.4

Nous connaissons les expressions de F et P:

$$F=G.\frac{m.m'}{d^2} \quad ; \quad P=mg \quad \text{avec} \quad g=\frac{G.m_T}{R^2_T}$$

D'où:

$$P=G.\frac{m_T.m}{R_T^2}$$

Afin de comparer ces forces, calculons leur rapport $\frac{F}{P}$:

$$\frac{F}{P} = F=G.\frac{m.m'}{d^2} \ . \ \frac{R_T^2}{G.m_T m}=\frac{m}{m_T}.[\frac{R_T}{d}]^2$$

Numériquement, avec m= 205 .10^{-3}kg, d= 0,100m et R_T =6,38.10^{-6} m , nous trouvons:

$$\frac{F}{P}=1{,}40.10^{-10}$$

La valeur de F est environ dix milliards de fois plus petite que celle de P; la force de gravitation F est donc négligeable devant le poids P.

5.5 Exercice à résoudre

Force gravitationnelle exercée par un trou noir:

Un trou noir résulte de l'effondrement gravitationnel du cœur d'une étoile massive.

«Le rayon d'un trou noir est très petit, et, évidemment, fonction de sa masse: il est de 3km pour un tr
ou noir d'une masse solaire: $M_S=2.10^{30}$kg.»

Données:

$G=6,67.10^{-11} m^3 kg^{-1}.s^{-2}$; $g=10 N.kg^{-1}$.

1) Calculer la force gravitationnelle exercée sur un objet de masse 1kg qui serait situé sur le bord d'un trou noir.

2) Comparer la valeur trouvée au poids de cet objet à la surface de la Terre

II-MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

1. Centre d'inertie d'un solide:

-Observons un palet triangulaire lancé en tournoyant sur une table à coussin d'air horizontale :le mouvement d'ensemble du mobile pseudo isolé, qui tournoie sur lui-même, s'effectue selon une ligne droite.

(schéma)

Le palet triangulaire tourne sur lui-même autour d'un point **G** qui se déplace en ligne droite.

L'étude expérimentale permet également de préciser le mouvement de ce point: le mouvement par rapport à un référentiel terrestre du centre d'inertie d'un solide pseudo isolé est rectiligne uniforme.

Le vecteur vitesse $\vec{V}_G$ de son centre d'inertie **G** est constant au cours du mouvement.

-Quelque soit le point d'attache, la direction verticale du fil tendu passe par le centre de gravité de la plaque, qui est confondu avec le centre d'inertie.

(schéma)

2. Principe de l'inertie:

L'étude expérimentale conduit ainsi à particulariser un point du solide que nous avons appelé centre d'inertie et noté **G.**

Plus généralement, on admettra que tout système matériel possède un ***centre d'inertie.***

Quelle est la particularité de ce point?

La réponse est suggérée par les expériences précédentes et connues sous le nom de ***Principe d'inertie:***

- Si le centre d'inertie du système est en mouvement, alors ce mouvement est rectiligne uniforme.

- Si le centre d'inertie est au repos, alors il reste au repos. De tels référentiels sont appelés ***Galiléens.***

3. Centre de masse d'un système:

-1ère expérience: 2 solides rigidement liés

Deux mobiles S_1 et S_2, de masses m_1 et m_2, sont reliés rigidement et constituent un solide S de masse $(m_1 + m_2)$. Connaissant les centres d'inertie G_1 et G_2 des 2 solides, peut-on déterminer le centre d'inertie G du solide S?

(schéma)

Soit: $d_1=GG_1$ et $d_2 = GG_2$

Au cours d'une expérience, on a obtenu pour un rapport des masses $\frac{m_2}{m_1}$

Exemple: Si $2.d_1=6cm$; $2.d_2=3cm$

Soit: $\frac{2.d_1}{2.d_2}=2=\frac{m_2}{m_1}$

D'autres expériences confirment les résultats suivants: $\frac{2.d_1}{2.d_2}=\frac{m_2}{m_1}=\frac{GG_1}{GG_2}$ or $G \in$ au segment G_1G_2

L'égalité ci-dessus se traduit donc en notation vectorielle par:

$$\mathbf{m_1\vec{G}G_1=-m_2\vec{G}G_2} \quad \textbf{soit} \quad \mathbf{m_1\vec{G}G_1+m_2\vec{G}G_2}=\vec{0}$$

Soit un point O quelconque de l'espace choisi comme origine, il vient:

$$m_1(\overrightarrow{OG_1}-\overrightarrow{OG})+m_2(\overrightarrow{OG_2}-\overrightarrow{OG})=\vec{O}$$

$$m_1\overrightarrow{OG_1}+m_2\overrightarrow{OG_2}=(m_1+m_2)\overrightarrow{OG}$$

D'où: $$\overrightarrow{\mathbf{OG}}=\frac{\mathbf{m_1\overrightarrow{OG_1}+m_2\overrightarrow{OG_2}}}{\mathbf{m_1+m_2}}$$

G est ainsi le ***barycentre*** des points G_1et G_2 affectés des coefficients m_1 et m_2.

G est appelé le ***centre de masse*** de l'association; il est à la fois centre d'inertie, centre de gravité et barycentre du système.

-2ème expérience : 2 solides reliés par un élastique

Deux palets S_1 (m_1, G_1) et (m_2, G_2) sont reliés par un élastique de masse négligeable. L'ensemble, noté S, constitue un système déformable de masse $m= m_1+m_2$.

La distance entre G_1et G_2 varie, due à l'élasticité du système.

(schéma)

Etude qualitative des trajectoires:

-Phase1: l'élastique tendu tire sur S_1 qui n'est plus pseudo isolé, la trajectoire de G_1est curviligne.

-Phase 2: l'élastique est détendu, S_1est pseudo isolé, le mouvement de G_1 est rectiligne uniforme.

-Phase 3: le choc, S_2 bouscule S_1qui n'est plus pseudo isolé.

-Phase 4: S_1 est à nouveau pseudo isolé.

-Phase 5: l'élastique tendu tire sur S_1; la trajectoire de G_1 s'incurve.

.On peut faire les mêmes constatations concernant G_2.

On admet toujours que la relation $\mathbf{m_1 \vec{G} G_1 + m_2 \vec{G} G_2} = \vec{0}$ soit encore vraie dans ce cas.

Conclusion:

Le centre de masse d'un système de solides, centre d'inertie de ce système, est le ***barycentre des centres de masse de chacun des solides.***

Exercices d'application:

I/ Un cylindre est formé de 2 parties:

-une partie en bois, de longueur 10cm;

-une partie en alliage, de longueur 1cm.

Déterminer la position du centre d'inertie de ce cylindre.

On donne: masse volumique du bois: 0,8g/cm

Masse volumique de l'alliage: 8g/cm^3

II/ Parmi les gaz d'échappement des véhicules, il s'en trouve un, très toxique, le monoxyde de carbone (CO). La distance entre les atomes de Carbone et d'Oxygène dans la molécule de CO est de 113pm. Sachant que M(C) =12g/mol et M (O) =16g/mol; déterminer la position du centre d'inertie de cette molécule.

(schéma)

III/ On assimile la Terre et la Lune à 2sphères homogènes dont les centres sont à une distance moyenne de $3,8.10^5$km.

1°) Sachant que le rapport des masses M_T/M_L est égal à 82, déterminer la position du centre d'inertie du système {Terre +Lune}.

2°) La masse du Soleil est environ égale à 2.10^{30}kg, la distance Terre-Soleil est environ de $1,5.10^8$km. Déterminer la position du centre d'inertie du système {Terre +Soleil}

On donne: R_T =6400km ; M_T =6 .10^{24}kg

IV/ Dans une plaque métallique homogène d'épaisseur constante, on découpe le trapèze schématisé ci-dessous .Déterminer graphiquement la position du centre d'inertie de la plaque.

Ce trapèze peut être considéré comme la juxtaposition du carré ABB'D de masse m_1 et du triangle BCB' de masse m_2 et la surface de BCB' est la moitié de celle de ABB'D, d'où $m_1 = 2m_2$