Calcul de probabilité

Exercice 1
On veut constituer un bureau comprenant 3 femmes et 4 hommes. Les 3 femmes sont choisies parmi 10 et les 4 hommes parmi 7.
a- Combien de bureaux différents peut-on former ?
b- On suppose que Mme A et Mr B ne peuvent appartenir à un même bureau, combien de bureaux différents peut-on former ?

Exercice 2
Chaque domino d'un jeu de dominos est partagé en deux parties marquées de 0 à 6 points, les deux parties pouvant ou non porter le même nombre de points. Tous les dominos sont différents.
1° Montrer que le nombre des dominos du jeu est nécessairement 28.
2° Quatre joueurs prennent chacun sept dominos au hasard. Combien y a-t-il de distributions possibles ?
3° Pour un joueur, combien y-a-t-il de possibilités d'avoir trois doubles ?

Exercice 3
Un dé normal est un cube dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6. Deux nombres marqués sur deux faces opposées du cube ont pour somme 7.
1- On lance 2 dés D_1 et D_2 de couleurs différentes. On note x le nombre obtenu avec le dé D_1 et y le nombre obtenu avec le dé D_2.
a- Quel est le nombre de couple (x, y) possibles ? (faire un tableau).
b- Quel est le nombre de cas amenant une somme $x + y = 8$; une somme $x + y \leq 6$; un produit $x.y \leq 15$?
2° Reprendre les mêmes questions dans le cas où les deux dés sont identiques.

Exercice 4
Un sac contient deux boules noires et huit boules rouges. On extrait simultanément n boules de ce sac. ($1 \leq n \leq 8$).
On suppose que lors de chaque tirage, toutes les boules qui sont dans le sac ont la même probabilité d'être tirée.
1- Quelle est la probabilité d'avoir au moins une boule noire ?
2- Déterminer les valeurs de n pour lesquels cette probabilité est strictement supérieure 2/3, puis calculer cette probabilité pour chaque valeur de n trouvée.

Exercice 5
On désigne par n un entier naturel et l'on considère une urne contenant 3n jetons : n jetons blancs et 2n jetons noirs.
1- On tire simultanément 3 jetons de l'urne. En supposant que tous les tirages sont équiprobables, calculer la probabilité p_n d'obtenir 1 jeton blanc et 2 jetons noirs.
Déterminer la limite de p_n lorsque n tend vers l'infini.
2- Le contenu de l'urne à l'état initial, on effectue le tirage de 3 jetons avec remise, c'est-à-dire que l'on effectue 3 fois de suite l'opération suivante : on prend un jeton, on note sa couleur et on le remet dans l'urne.
a- Les tirages étant supposés équiprobables, calculer la probabilité q_n d'obtenir 1 jeton et 2 jetons noirs.

Exercice 6

Quatre locataires A, B, C, D laissent en sortant la clé numérotée de leur appartement au concierge. Celui-ci s'amuse à enlever les numéros et rend au hasard les clés aux 4 personnes à leur retour.

1° Déterminer la probabilité des événements suivants :

E_1 : "Les 4 personnes retrouvent leur clé"

E_2 : "2 personnes seulement retrouvent leur clé"

E_3 : "Le locataire A est le seul à retrouver sa clé"

E_4 : "Un personne seulement à retrouver sa clé"

2° En déduire la probabilité de l'événement :

E_5 : "Aucune des personnes ne retrouve sa clé".

Exercice 7

Un boîte contient quatre jetons blancs numérotés 1, 2, 3, 4, et trois jetons noirs numérotés 1, 2, 3. On tire au hasard et simultanément deux jetons.

1- Quelle est la probabilité pour que les deux jetons soient :

a- blancs tous les deux ?

b- noirs tous les deux ?

c- de couleurs différentes ?

2- Quelle est la probabilité pour que la somme des numéros inscrits sur les jetons soit égale à cinq ?

Exercice 8

Un sac contient deux boules vertes, numérotées 1 et 2 ; trois boules rouges numérotées de 1 à 3 et cinq boules blanches, numérotées de 1 à 5.

On tire simultanément deux boules au hasard (c'est-à-dire que tous les ensembles de deux boules ont la même probabilité d'être tirés).

1- Calculer les probabilités des événements suivants :

A : "Les deux boules sont de la même couleur".

B : "Les deux boules sont de couleurs différentes".

2- Calculer les probabilités des événements suivants :

C : "La somme des numéros inscrits sur les deux boules est égale à quatre"

D : "La somme des numéros inscrits sur les deux boules est inférieure ou égale à cinq".

Exercice 9

Soient 2 dés cubiques D_1 et D_2. Le dé D_1 est truqué, numéroté de 0 à 5 et la probabilité d'apparition d'une face numérotée x est égale à $k.(x + 1)$, $k \in IR$. Le dé D_2 est normal numéroté de 1 à 6 telle que chaque face numérotée y a la même probabilité d'apparition ;

1° Déterminer la probabilité d'apparition de chaque face de D_1.

2° On lance simultanément les 2 dés D_1 et D_2; Déterminer en fonction de x la probabilité $p(x, y)$ d'apparition d'un couple quelconque.

3° Déterminer la probabilité de l'événement A telle que $x + y = 6$ et de l'événement telle que $x - y = 1$.

Exercice 10

On dispose de 2 dés cubiques A et B: le dé A porte sur deux faces le nombre 6 et sur les quatre autres les nombres 0, 1, 2, 3. Toutes les faces ont la même probabilité d'apparition. Le dé B, pipé, porte les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, de façon que la probabilité d'apparition d'une face n est $p_n = \frac{k}{n}$ ($k \in IR$).

1° Déterminer la probabilité d'apparition de chaque face du dé B.

2° On lance simultanément les deux dés. Calculer la probabilité des événements suivants :

E_1 : "amener deux 6"

E_2 : "amener un 1 et un 2".
3° Calculer la probabilité pour que la somme de faces soit égale à 6 ?

Exercice 11
Le concessionnaire d'une marque d'automobile met à la disposition de ses 16 représentants 16 voitures, qui se distingue uniquement soit par la couleur soit par la mode d'alimentation du moteur : carburateur ou injection. La répartition des voitures suivant la couleur ou l'alimentation des voitures est donnée par le tableau ci-dessous :

couleur / moteur	rouge	blanche	verte
à carburateur	3	4	5
à injection	3	1	0

On admet que chaque jour, les voitures sont distribuées sans tenir compte des distributions antérieures et de manière équiprobables entre les représentants, chaque représentant disposant d'une voiture, et d'une seule pour la journée.
1° Quelle est la probabilité pour que l'un des représentants, Mr. Otto, ait à disposition un jour donné :
a- une voiture rouge.
b- une voiture à injection.
2° Mr. Otto présente à un client une voiture blanche ; quelle est la probabilité pour qu'elle soit à injection ?
3° Quelle est la probabilité pour qu'en 3 jours donnés, Mr. Otto dispose :
a- d'une voiture blanche un jour seulement ;
b- d'une voiture à injection et d'une voiture à carburateur ;
c- d'une voiture de chaque couleur.
4° A un client qui désire essayer une voiture à injection, Mr. Otto qui n'en dispose pas ce jour-là, dit : "J'ai 3 chances sur 4 au moins de vous en présenter un avant x jours"; Ce nombre x étant un nombre entier, quelle valeur minimale Mr. Otto doit-il donner pour que son affirmation soit en accord avec les calculs de probabilité ?
On donne ln 2 = 0,693 ; ln 3 = 1,099.

Exercice 12
Un groupe choral est composé de 14 membres; Le tableau ci-dessous montre la répartition suivant le sexe et la couleur de la peau;

sexe / couleur de la peau	H	F
blanche	2	5
noire	4	3

1° Lors d'une répétition, le chef de chœur forme un "duo" à partir à partir de ces 14 membres pour interpréter une chanson.
On rappelle que :
- un "duo" est le tirage simultané de 2 membres de ce groupe choral.
- un "couple" est un "duo" formé de 2 sexes différents.

- une "paire" est un "duo" formé de deux sexes identiques.
Sachant que chaque membre a la même probabilité d'être choisi :
a- Déterminer le nombre de cas possibles.
b- Calculer la probabilité des événements suivants :
A : "avoir un couple"
B : "avoir une paire"
C : "avoir une paire de couleur de la peau identique"
D : "avoir une paire de couleur de la peau différente"
2° Le chef veut tester ce groupe choral. Il se propose alors de faire chanter 2 "duo" successivement. Le premier "duo" formé n'est pas remis dans le groupe avant de former le second "duo". En admettant l'hypothèse d'équiprobabilité, calculer la probabilité de événements suivants :
E : "Le chef a testé 2 couples"
F : "Le chef a testé 2 paires"
G : "Le chef a testé au moins un couple"

Exercice 13
Une tirelire contient quatre pièces de 5 F, cinq pièces de 10 F et une pièce de 20 F. Un enfant tire simultanément et au hasard trois pièces de la tirelire. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.
1° Quel est le nombre de tirage possibles ?
2° Calculer la probabilité d'obtenir :
a- une pièce de 5 F ;
b- au moins une pièce de 10 F ;
c- trois pièces de même valeur.
3° On désigne par S la somme des valeurs des trois pièces tirées.
a- Quelles sont les valeurs possibles de S ?
b- Calculer la probabilité de chacun des événements correspondant.
4° Un enfant tire successivement trois pièces de la tirelire ; chaque pièce tirée est remise dans la tirelire avant de tirer la suivante.
Calculer la probabilité d'obtenir :
a- trois pièces de 5 F ;
b- trois pièces de valeurs différentes ;
c- au plus deux pièces de 20 F.

Exercice 14
Neuf (9) candidats dont :
- deux (2) de la classe de Terminale,
- quatre (4) de la classe de Première,
- trois (3) de la classe de Seconde,

se présentent à l'élection e cinq (5) membres du bureau de l'association des élèves. On suppose que chaque candidat a la même probabilité d'être élu.
1° a- Déterminer le nombre de bureaux possibles.
b- Calculer la probabilité pour chaque candidat, d'être élu.
2° Trouver la probabilité de chacun des événements suivants :
A : "Les 2 candidats de la Terminale sont tous élus"
B : "Un au moins des candidats de la Seconde est élu"
3° Dans cette question, on veut que chaque classe ait au moins un représentant dans le bureau ; calculer :
a- la probabilité p_1 pour que les 2 candidats de la Terminale soient élus.
b- la probabilité p_2 pour que les 3 candidats de la Seconde soient élus.
c- la probabilité p_3 pour qu'un candidat et un seul de la Première soit élu.

4° Calculer la probabilité p_4 pour que les trois classes soient toutes représentées dans le bureau.
On donnera tous les résultats sous forme de fractions irréductibles.

Exercice 15
Deux urnes U_1 et U_2 contiennent des boules noires et des boules blanches. La composition de ces urnes est la suivante :
U_1 : 3 noires et 2 blanches.
U_2 : 4 noires et 1 blanche.
On tire deux boules de U_1 et une boule de U_2.
1- Calculer le nombre de cas possibles.
2- Calculer la probabilité des événements suivants :
A : "tirer 3 boules de même couleur"
B : "tirer exactement une boule blanche".
3- Soit k le nombre de boules blanches tirées.
a- Quelles sont les valeurs possibles de k.
b- Calculer la probabilité correspondant à chacune de ces valeurs de k.

Exercice 16
Une machine à écrire comporte 42 touches dont 26 représentent les 26 lettres de l'alphabet français, les autres représentent des chiffres ou des symboles.
1° La jeune Soa frappe au hasard sur une touche de la machine, chaque touche ayant la même probabilité d'être frappée.
a) Quelle est la probabilité qu'elle frappe une lettre ?
b) Quelle est la probabilité qu'elle frappe une lettre de son prénom ?
2° Soa frappe successivement 3 touches, distinctes ou non, quelle est la probabilité des événements suivants :
a) Soa frappe son prénom.
b) Soa frappe un anagramme de son prénom.
c) Soa frappe 3 lettres différentes.
On donnera les résultats approchés sous la forme $a.10^{-n}$, n étant un naturel et a un nombre décimal compris entre 1 et 10 et comportant un chiffre après la virgule.

Exercice 17
100 coureurs participent à une course cycliste, avec des chances égales.
Les réponses aux questions suivantes seront laissées sous une forme faisant apparaître la formule utilisée.
1° Combien y a-t-il de compositions différentes du groupe des 10 premiers coureurs ?
2° Les coureurs sont répartis en 10 équipes de 10 coureurs chacune, 4 équipes malagasy, 3 équipes réunionnaises, 2 équipes mauriciennes, et 1 équipe seychelloise.
Quelles sont les probabilités des événements suivants :
A : "le groupe des 10 premiers coureurs comporte 6 Malagasy et 2 Réunionnais" ;
B : "le groupe des 10 premiers coureurs ne comporte ni Réunionnais ni Seychellois" ;
C : " le groupe des 10 premiers coureurs comporte seulement des Malagasy" ;
D : " le groupe des 10 premiers coureurs comporte 4 Malagasy d'une équipe, 3 Malagasy d'une autre, 2 d'une troisième, 1 de la quatrième".

Exercice 18
Nous sommes 4 partenaires et nous jouons au jeu suivant : chacun dispose de trois allumettes et peut en dissimuler 0, 1, 2 ou 3 dans son poing fermé, qu'il pose sur la table. Puis, chacun à son tour, annonce la nombre total d'allumettes qu'il suppose se trouver sue la table, dans les 4 poings réunis (on n'a pas le droit d'annoncer un nombre déjà proposé). Celui

qui a trouvé le nombre exact (vérifié lorsque tous les joueurs ouvrent le poing) a gagné la partie. Je recherche la probabilité d'être le gagnant.
1° De combien de façons chacun de mes partenaires peut-il choisir le contenu de son poing ?
2° Soient a, b, c les nombres respectifs d'allumettes contenues dans les 3 poings de mes partenaires. Combien de triplets (a;b;c) peuvent alors être constitués ?
3° J'ai une allumette dans ma main, je parle le premier et j'annonce 3. Quelle est la probabilité pour que je sois gagnant ?
4° Parlant encore le premier et gardant toujours une allumette dans la main, quels nombres dois-je annoncer pour avoir la plus forte probabilité de gagner ?

Exercice 19
Dans une urne, on place les huit lettres du mot CHOCOLAT, inscrites sur huit petits cartons. Dans tout ce qui suit les tirages des cartons de l'urne sont équiprobables.
1° On tire successivement 4 cartons de l'urne, en remettant à chaque fois le carton tiré dans l'urne. Quelle est la probabilité pour que l'on obtienne :
a) Quatre consonnes ?
b) Au moins une consonne ?
c) Dans l'ordre les lettres formant le mot CHAT ?
d) Dans l'ordre les lettres formant le mot ALLO ?
2° Répondez aux mêmes questions dans le cas où le carton tiré n'est remis dans l'urne.
Remarque : Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

Exercice 20
Koto, qui désire passer une semaine dans une ville étrangère, consulte un catalogue de voyages pour jeunes. CINQ destinations sont proposées : Athènes, Londres, Paris, Milan et Rome. Pour chacune de ces destinations, il y a TROIS modes d'hébergement possibles : l'auberge de jeunesse, le logement chez l'habitant et le logement en hôtel. DEUX activités principales peuvent être retenues, la découverte des musées de la ville ou le perfectionnement dans la langue officielle du pays. Une FORMULE de VOYAGE est déterminée par le choix d'une destination, d'un mode d'hébergement et d'une activité principale.
1° Dénombrez les formules de voyage offertes.
2° Dénombrez le nombre de formules qui sont offertes à Koto s'il choisit de :
a) se rendre à Paris,
b) visiter les musées d'Athènes,
c) se perfectionner en italien.
3° Koto prête son catalogue à ses trois amis Bema, Lita et Ndrema, qui décident de s'en remettre au hasard pour le choix de leurs formules de voyage.
De combien de façons distinctes Bema, Lita et Ndrema peuvent-ils faire choix de leurs trois formules ?
Quelles sont les probabilités pour que :
a) les trois amis choisissent la même formulent que Koto ?
b) seul Bema choisisse la même formule que Koto ?
c) un seul de trois amis choisisse la même formule que Koto ?
On donnera les résultats sous forme décimale, au centième près.

Exercice 21

On obtient un grille en noircissant certaines cases du tableau :

	a	b	c	d
1				
2				
3				
4				

1° Combien de grilles différentes peut-on obtenir, sachant qu'on peut noircir un nombre quelconque de cases de 0 à 16 ?

2° Combien peut-on obtenir de grilles ayant exactement 3 cases noires ?

3° Deux joueurs A et B disposent l'un et l'autre d'un tel tableau ; chacun noircit 3 cases au hasard (on se place donc dans une situation d'équiprobabilité).

Si A a noirci (a ; 2), (b; 4) et (d; 3), quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :

E_1:"B a une et une seule case noire commune avec A"

E_2 : "B n'a aucune case noire commune avec A" ;

E_3 : "B a au moins une case noire commune avec A".