Série C – session 2013 : exercice – partie B – corrigé

B- Probabilités

1.- n = 4

E : « Chaque boîte contient une boule »

$$p(E)=\frac{4!}{4^4}=\frac{3}{32}$$

F : « Chaque boule contient une boule de telle sorte qu la boîte et la boule ont le même numéro »

$$p(E)=\frac{1}{4^4}=\frac{1}{256}$$

G : « La boîte numérotée 1 contient exactement deux boules »

$$p(G)=\frac{C_4^2 3^2}{4^4}=\frac{27}{128}$$

2.- Pour $n\geq 2$, $P_n(k)$ est la probabilité pour que la boîte numérotée 1 contienne exactement k boules .

a) $$P_n(k)=\frac{C_n^k(n-1)^{n-k}}{n^n}=\frac{C_n^k(n-1)^{n-k}}{n^k.n^{n-k}}$$

$$=C_n^k\left(\frac{1}{n}\right)^k\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n-k}$$

$$P_n(k)=C_n^k\left(\frac{1}{n}\right)^k\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n-k}$$

b) $$\sum_{k=0}^{n}P_n(k)=1 \ donc \ \sum_{k=0}^{n}\frac{C_n^k(n-1)^{n-k}}{n^n}=1$$

d'où $\sum_{k=0}^{n}C_n^k(n-1)^{n-k}=n^n$.